Oferta de TFG's. Grado de Matemáticas. Curso 2017-2018. Antonio Campillo.

TFG-1. Título: Conjetura Jacobiana

Breve descripción: Desde 1939, cuando fue formulada por Keller, la conjetura jacobiana es uno de los principales problemas abiertos de álgebra. Su enunciado es fácil de comprender y de gran sencillez mientras que su solución es aún un gran enigma. Afirma que si una aplicación del espacio afín (sobre el cuerpo de los números complejos) en sí mismo está definida por polinomios y tiene jacobiano constante y no nulo, entonces no sólo tiene una aplicación inversa sino que ésta también ésta está definida por polinomios. El trabajo consiste en realizar un estudio histórico sobre los intentos, técnicas, formulaciones equivalentes y enfoque conceptual de su sencillez y su dificultad, incluyendo los que se realizan en la actualidad.

TFG-2. Título: El género. Noción y metamorfosis.

Breve descripción: La noción de género forma parte de las matemáticas de todos los tiempos y, en particular, el género es el prototipo de invariante en la geometría. A lo largo de la historia ha ido experimentando una rica metamorfosis que ha ido afectando a una abundancia de fenómenos en los que aparece. Así la noción de género es importante en análisis, geometría algebraica, teoría de números, topología y combinatoria. En especial juega un papel central en problemas de integración, curvas algebraicas, superficies de Riemann, óvalos de las curvas reales, códigos correctores excelentes, ecuaciones diofánticas algebraicas, topología de variedades y grafos. El trabajo se dedica a desarrollar esta noción y metamorfosis, reuniendo de forma unificada diversos resultados históricos y actuales en esos problemas y ramas de las matemáticas.

TFG-3. Título: Funciones zeta en Combinatoria.

Breve descripción: Las funciones zeta son de gran utilidad en variadas áreas de las matemáticas y de la física, al codificar con una simple función generatriz la información global más relevante de determinados problemas. La más famosa, la función zeta de Riemann codifica la información sobre la distribución de números primos, dependiendo su mayor armonía de la validez conjetural de la hipótesis de Riemann, que es uno de los principales problemas abiertos de las matemáticas. La función zeta de Ihara-Selberg, codifica la información combinatoria sobre la distribución de sus ciclos irreducibles, que es armónica para los grafos regulares de Ramanujan de interés en el diseño de redes de comunicación. El trabajo consiste en mostrar cómo esta función zeta puede interpretarse en términos de los sucesivos puntos fijos de sistemas dinámicos discretos determinados por el grafo.

TFG-4. Título: Geometría Combinatoria.

Breve descripción: Los teoremas geométricos clásicos son resultados de geometría sintética de gran simplicidad. El teorema de Cayley-Bacharach, descubierto hace 130 años, es la evolución general de los aún más clásicos teoremas sobre los exágonos en pares de rectas y cónicas, afirma que si una cúbica plana pasa por ocho de los nueve puntos de intersección de dos cúbicas, entonces también tiene que pasar por el noveno. Por su formulación analítica general, para intersecciones de hipersuperficies de grado arbitrario, es también un principio de interpolación polinómica en varias variables, y un importante argumento de aplicación en el área emergente llamada geometría combinatoria. El trabajo consiste en el estudio sistemático de algunos resultados, principios, argumentos y aplicaciones en este área, incluyendo entre éstas los recientes avances sobre los números de rectas que contienen un número concreto de puntos de una configuración de puntos del plano dada, que son la evolución de la clásica teoría que había iniciado Sylvester.

TFG-5. Título: Geometría Tropical.

Breve descripción: La geometría tropical es un área emergente de las matemáticas originada en 2002, y basada en el trabajo de Bergman en análisis complejo sobre conjuntos logarítmicos. El término 'tropical', que viene de la informática, no se debe a razones científicas sino al trabajo de la escuela brasileña cuando se inició su estudio. La geometría tropical es el análogo sobre los números tropicales, que son los números reales junto a menos infinito, de la geometría algebraica sobre los números complejos. El anillo de números tropicales tiene como suma el máximo para el orden natural y como multiplicación la suma ordinaria. Dado que las variedades algebraicas son mucho más complicadas que las tropicales –éstas son complejos poliédricos lineales a trozos-, la tropicalización de las primeras es una simplificación con numerosas aplicaciones prácticas. El trabajo consiste en detallar las nociones y propiedades básicas de geometría tropical, en especial la de 'ameba' y la de tropicalización, así como casos particulares y cálculos prácticos significativos y algunas demostraciones de resultados y aplicaciones importantes de la geometría tropical.

Asignaturas de Grado y Máster. Competencias. Contenidos. Objetivos.

MATEMÁTICA DISCRETA. Grado de Matemáticas. Obligatoria. Programa Conjunto Grado de Matemáticas y Grado de Física. Programa Conjunto de Grado de Matemáticas y Grado de Ingeniería Informática de Servicios (SG). Obligatoria. Tercer Curso.

Créditos: 6

Competencias: Combinatoria, cálculo algebraico, modelización, enumeración, algoritmos, existencia de modelos, aplicaciones cotidianas y sociales.

Contenidos: Combinatoria enumerativa. Permutaciones, Enumeración de Polya, aplicación del cálculo con polinomios en varias variables. Sucesiones recurrentes, aplicación del cálculo con series de potencias. Recurrencia lineal, polinómica y diferencial. Combinatoria básica, números combinatorios, aplicación del cálculo de exponenciales no enteras de series. Números de Stirling de primera y segunda clase. Grafos duales, caras y dualidad. Teorema de Euler, relaciones numéricas, número cromático, caracterización de grafos planos. Combinatoria existencial. Teoría de Ramsey. Combinatoria constructiva. Emparejamientos, flujos en redes. Aplicaciones.

Objetivos: Modelización de problemas de la realidad cotidiana en términos de problemas combinatorios. Desarrollar técnicas de matemática discreta apropiadas para comprender la solución a los problemas de modelos de aplicación frecuente. Focalizar sistemáticamente en problemas combinatorios enumerativos, existenciales o constructivos, así como en sus aplicaciones. Ejercitar el cálculo con polinomios de varias variables y aplicarlo a la determinación exacta del número de coloraciones diferentes de un objeto módulo la acción de un grupo. Ejercitar el cálculo con series de potencias de una o varias variables y aplicarlo al cálculo de funciones generatrices de sucesiones recurrentes comprendiendo la correspondencia entre el tipo de recurrencia y la naturaleza de la función generatriz asociada. Ejercitar el cálculo combinatorio básico (permutaciones, variaciones, combinaciones, …) por medio de funciones generatrices. Comprender los números de Stirling de primera y segunda clase y las relaciones entre ellos. Manejar los grafos planos y la dualidad entre ellos, a través de relaciones entre números de vértices, aristas y caras, y sus aplicaciones. Estudiar los grafos asociados a poliedros regulares y otros grafos de interés teórico y práctico. Comprender los principios de las coloraciones de grafos y mapas planos. Ejercitar la inspección en grafos a través de invariantes prácticos para distinguirlos. Comprender los grafos eulerianos y su caracterización. Comprender los grafos hamiltonianos y algunos ejemplos significativos no hamiltonianos. Comprender, a través de coloraciones de aristas o caras de complejos, cómo deducir la existencia de configuraciones monocolor. Comprender los resultados centrales de la teoría de Ramsey y sus aplicaciones a problemas de relaciones sociales, en particular el principio del palomar. Ejercitar la noción de grafo completo. Conocer los criterios para la existencia de emparejamientos estables y para la existencia de emparejamientos máximos. Ejercitar la noción de grafo bipartito. Comprender el problema del transporte y los modelos matemáticos de flujos en redes. Visualizar cada resultado simultáneamente a través de modelos cotidianos, modelos de combinatoria y aplicación de técnicas matemáticas (polinomios, series, grafos, complejos, fórmulas, algoritmos,…). Estudio científico y técnico en profundidad, y utilización práctica, de los anillos de polinomios en varias variables, generadores para sus ideales, descripción a partir de órdenes monomiales, principios de la computación polinómica y cálculos prácticos basados en división polinómica. Introducción a las ecuaciones algebraicas en varias variables, comprensión de las ecuaciones lineales y el papel de los cuerpos como conjuntos de coeficientes. Manejar la relación entre los coeficienes y raíces de polinomios en una variable y construcción de cuerpos en los que se dispone de raíces, así como de clausuras algebraicas y de cuerpos finitos. Comprender la relación entre las extensiones de cuerpos y los grupos de Galois. Manejar las acciones de grupos de Galois como principal ingrediente, en particular describir los polinomios resolubles por radicales y otras aplicaciones prácticas. Describir el grupo de las raíces de la unidad y su relación con la aritmética modular a través de los polinomios ciclotómicos, así como los grupos y las extensiones asociadas a los polinomios cuadráticos y a los polinomios ciclotómicos. Introducción a los cuerpos de números, sus anillos de enteros y aplicaciones aritméticas derivadas.

ECUACIONES ALGEBRAICAS. Grado de Matemáticas. Programa Conjunto Grado de Matemáticas y Grado de Física. Programa Conjunto de Grado de Matemáticas y Grado de Ingeniería Informática de Servicios (SG). Obligatoria. Tercer Curso.

Créditos: 6

Competencias: Anillos e ideales. Ánillos de polinomios. Cálculo polinómico, sus métodos y algoritmos. Cuerpos conmutativos, clausura algebraica, teoría de Galois y aplicaciones. Cuerpos finitos. Introducción a los anillos de enteros de cuerpos de números. Extensiones cuadráticas y ciclotómicas.

Contenidos: Anillos de polinomios en varias variables, ideales, órdenes monomiales, cálculo polinómico. Sistemas de ecuaciones algebraicas, caso de ecuaciones lineales. Cuerpos como anillos de coeficientes, ecuaciones polinómicas y grupos asociados. Polinomios en una variable, raíces y cuerpo de descomposición. Cuerpos algebraicamente cerrados. Cuerpos finitos. Extensiones de cuerpos. Grupos y teoría de Galois. Resolución por radicales, raíces de la unidad. Extensiones cuadráticas y ciclotómicas. Cuerpos de números y anillos de enteros.

Objetivos: Estudio científico y técnico en profundidad, y utilización práctica, de los anillos de polinomios en varias variables, generadores para sus ideales, descripción a partir de órdenes monomiales, principios de la computación polinómica y cálculos prácticos basados en división polinómica. Introducción a las ecuaciones algebraicas en varias variables, comprensión de las ecuaciones lineales y el papel de los cuerpos como conjuntos de coeficientes. Manejar la relación entre los coeficienes y raíces de polinomios en una variable y construcción de cuerpos en los que se dispone de raíces, así como de clausuras algebraicas y de cuerpos finitos. Comprender la relación entre las extensiones de cuerpos y los grupos de Galois. Manejar las acciones de grupos de Galois como principal ingrediente, en particular describir los polinomios resolubles por radicales y otras aplicaciones prácticas. Describir el grupo de las raíces de la unidad y su relación con la aritmética modular a través de los polinomios ciclotómicos, así como los grupos y las extensiones asociadas a los polinomios cuadráticos y a los polinomios ciclotómicos. Introducción a los cuerpos de números, sus anillos de enteros y aplicaciones aritméticas derivadas.

TEORÍA DE NÚMEROS Y APLICACIONES. Máster Universitario de Investigación en Matemáticas. Optativa.

Créditos: 6

Competencias: Números enteros, p-ádicos, modulares, enteros de cuerpos de números. Clasificación de formas cuadráticas. Funciones zeta en artimética. Distribución de números primos. Resultados recientes.

Contenidos: Enteros y números racionales. Enteros y cuerpos p-ádicos. Valoraciones p-ádicas. Números reales. Cuerpos finitos. Reciprocidad cuadrática. Clasificación de formas cuadráticas sobre cuerpos finitos, números p-ádicos y números racionales. Representación. Teorema de HasseMinkowski. Anillos de enteros y cuerpos de números. Teoría de Dedekind. Ramificación y discriminantes. Grupos de unidades de los cuerpos de números. Cuerpos de números cuadráticos, ciclotómicos. Funciones zeta de Riemann, Dedekind, Igusa y Weil. Números primos, distribución y densidad. Teorema de Dirichlet. Teorema del número primo y conjetura de Riemann. Resultados recientes relevantes en teoría de números.

Objetivos: Estudio científico y técnico en profundidad, y utilización práctica, de los anillos de números enteros, p-ádicos, modulares y enteros algebraicos. Cuerpos finitos, reciprocidad cuadrática y clasificación de formas cuadráticas. Comprender y ejercitar la teoría de Hasse- Minkowski, en particular la clasificación de formas cuadráticas racionales a través de reducción p-ádica. Comprender y ejercitar la estructura los anillos de enteros de cuerpos de números, la factorización de Dedekind en términos de ideales primos, la ramificación de ideales y el papel del discriminante. Comprender las propiedades de finitud y ejercitar el cálculo de las unidades de los anillos de enteros de cuerpos de números. Formular y comprender las funciones zeta de Riemann y Dedekind asociadas a los cuerpos de números, así como las funciones zeta de Igusa y de Weil, asociadas respectivamente a los números de soluciones p-ádicas y sobre cuerpos finitos de ecuaciones algebraicas, comprendiendo los principales resultados y estado de las conjeturas en este ámbito. Comprender los resultados clásicos de distribución de números primos, y analizar el teorema del número primo y las fórmulas asintóticas que permiten establecerlo, analizando el papel de la hipótesis de Riemann en el conocimiento de la distribución. Conocer los resultados de números primos en progresiones aritméticas, comprendiendo resultados como el teorema de Dirichlet y los recientes de Green-Tao y Tao. Conocer también otros resultados y conjeturas relevantes en variados problemas de teoría de números, como son los probados de Mordell, Fermat, o la débil de Golbach, o las conjeturas abc y de la monodromía, o las de Birch y Swinnerton-Dyer y la hipótesis de Riemann que son dos de los conocidos Problemas del Milenio.

PROTOCOLOS CRIPTOGRÁFICOS. Máster de Ingeniería Informática. Optativa. Segundo Curso.

Créditos: 3

Competencias: Aritmética entera y modular. Criptografía de clave pública. Autentificación, protocolos y compartición de secretos.

Contenidos: Revisión de aritmética modular. Conceptos y métodos de la criptografía. Esquemas criptográficos de clave pública. Protocolos de acuerdo y transporte de claves. Protocolos de autentificación. Protocolos de firma digital. Protocolos de votaciones electrónicas. Protocolos de comercio electrónico. Sistemas para compartir secretos.

Objetivos: Estudio científico y técnico en profundidad, y utilización práctica, de los protocolos criptográficos de mayor uso en criptografía en los sectores de firma digital, comercio electrónico o elecciones y votaciones electrónicas, así como los protocolos técnicos de acuerdo y transporte de llaves, de autentificación o de compartición de secretos. A la vez, revisar las técnicas matemáticas necesarias de aritmética entera y modular, cálculo polinómico y computación simbólica, en las que se fundamenta la criptografía contemporánea y la transmisión, con seguridad, de la información electrónica.