

Algunas aplicaciones aritméticas de operadores diferenciales «exóticos»

Adolfo Quirós (U. Autónoma de Madrid)

Ya en los anillos de polinomios, donde no necesitamos límites para definirlos, los operadores diferenciales presentan algunas peculiaridades cuando trabajamos en característica positiva o sobre anillos que no son cuerpos, por ejemplo los enteros, situaciones ambas de interés aritmético. A pesar de (o quizás gracias a) estas peculiaridades, los operadores diferenciales se han utilizado con éxito para estudiar fenómenos geométricos que aparecen en característica positiva o sobre cuerpos locales o globales.

Grothendieck dio en EGA IV una construcción puramente algebraica de los operadores diferenciales sobre una variedad algebraica (o, en general, un esquema) X/S , que se puede aplicar independientemente de la base S y que en el caso clásico, digamos cuando $S = \mathbb{C}$, recupera los operadores diferenciales del análisis o la geometría diferencial. Diversos autores (Berhelot, Mebkout y Narváez, Le Stum y Quirós, entre otros) han generalizado la construcción original de Grothendieck y han definido, por ejemplo, operadores diferenciales de nivel superior, operadores diferenciales sobreconvergente u operadores diferenciales «twistados», utilizándolos para obtener resultados de interés aritmético, en particular en característica positiva o sobre bases p -ádicas.

En la charla presentaremos, además de los principios generales sobre los que se basa la construcción de los operadores diferenciales de nivel superior y «twistados», algunas aplicaciones, como pueden ser el uso de la p -curvatura (o, en nivel superior, la p^m -curvatura) para dotar a los anillos de operadores diferenciales de una estructura de Frobenius; la caracterización de las curvas elípticas supersingulares en términos de su módulo de formas diferenciales invariantes de nivel superior; o recientes resultados de «confluencia» de operadores en q -diferencias a operadores diferenciales que, entre otras cosas, permiten entender algunas patologías que aparecen cuando el parámetro q es una raíz de la unidad como fenómenos derivados de estar trabajando en q -característica positiva.